



## Markedsrente, forbrugsmulighed og generationsfordeling

Sørensen, Peter Birch

*Publication date:*  
2004

*Document version*  
Også kaldet Forlagets PDF

*Citation for published version (APA):*  
Sørensen, P. B. (2004). *Markedsrente, forbrugsmulighed og generationsfordeling*. Museum Tusculanum.

---

Economic Policy Research Unit  
Department of Economics  
University of Copenhagen  
Studiestræde 6  
DK-1455 Copenhagen K  
DENMARK  
Tel: (+45) 3532 4411  
Fax: (+45) 3532 4444  
Web: <http://www.econ.ku.dk/epru/>

## Markedsrente, forbrugsmulighed og generationsfordeling

Peter Birch Sørensen

The activities of EPRU are financed by a grant from  
The National Research Foundation

ISSN 0908-7753

# MARKEDSRENTE, FORBRUGSMULIGHED OG GENERATIONSFORDELING

Peter Birch Sørensen

Maj 2004

Formålet med denne note er at klargøre det velfærdsteoretiske grundlag for de beregninger af fordelingen mellem nulevende og fremtidige danske generationer, der præsenteres i kapitel 3 i Det Økonomiske Råds formandsskabs rapport om "Dansk Økonomi, Forår 2004". I det nævnte kapitel opgøres nutidsværdien af forskellige generationers markedssindkomster samt deres nettobidrag til den offentlige sektor over deres livsløb. Denne note diskuterer, i hvilket omfang variationer i disse størrelser på tværs af generationer afspejler forskelle i de forskellige generationers velfærdsniveau.

I notens første del præsenteres den simple modelramme, der lægges til grund for analysen af sammenhængen mellem realrente og velfærd. Ved brug af denne model undersøger Del 2 betydningen af markedsrenten og den anvendte diskonteringsfaktor for den intergenerationelle fordeling af velfærd og for opgørelsen af en generations nettobidrag til den offentlige sektor. Det analyseres bl.a., hvorvidt nettobidraget er en god indikator for, hvorledes den offentlige sektor påvirker fordelingen af velfærd mellem generationer. I Del 3 opstilles en mere generel forbrugsmodel, der anvendes til at undersøge, hvorvidt det benyttede indkomstbegreb i vismandsrapportens kapitel 3 korrekt opfanger forskelle i de enkelte generationers velfærdsniveau.

## 1. GRUNDMODELLEN

Af overskuelighedshensyn anvendes en simpel partiel ligevægtsmodel for en forbruger, der optimerer sit forbrug over et livsforløb, som er inddelt i tre faser. I den første fase er forbrugeren ung og står udenfor arbejdsmarkedet, mens han modtager en positiv nettobetaling  $T_1$  fra det offentlige. I anden fase er forbrugeren midaldrende og aktiv på arbejdsmarkedet, hvor han indtjener en arbejdsindkomst  $Y_2$  samtidigt med, at han betaler et positivt nettobeløb  $T_2$  til det offentlige. I tredje og sidste fase af livsløbet er forbrugeren gammel og pensioneret og modtager igen en positiv nettobetaling  $T_3$  fra den offentlige sektor.

Det forudsættes i denne og næste del af papiret, at forbrugeren ikke modtager eller efterlader arv, og at arbejdsudbuddet er eksogent (Del 3 analyserer tilfældet med arv og endogent arbejdsudbud).

### 1.1. Budgetrestriktioner

Kapitalmarkedet antages perfekt, og forbrugeren har perfekt forudseenhed. Alle variable er primodaterede, og alle betalinger antages at finde sted primo perioden (dette er uvæsentligt for konklusionerne). Forbrugeren starter ud i periode 1 med en initial formue på nul. Ved indgangen til periode 2 vil forbrugeren således have en formue  $V_2$  givet ved følgende budgetrestriktion for periode 1,

$$V_2 = (1 + r_1) (T_1 - C_1), \quad (1)$$

hvor  $r_1$  er forbrugeren's disponible realrente for periode 1, der fastlægges ved begyndelsen af perioden, og  $C_1$  er forbruget i periode 1, således at  $T_1 - C_1$  er første periodes opsparing, der selvsagt kan være negativ.

I periode 2, hvor realrenten efter skat er  $r_2$ , og forbruget er  $C_2$ , haves budgetrestriktionen

$$V_3 = (1 + r_2) (V_2 + Y_2 - T_2 - C_2), \quad (2)$$

der giver forbrugeren's formue  $V_3$  ved indgangen til periode 3. På dette tidspunkt omsætter forbrugeren alle sine ressourcer i forbrug, idet han antages ikke at efterlade arv. Forbruget i periode 3 er derfor givet ved

$$C_3 = V_3 + T_3 \quad (3)$$

Disse tre periodevise budgetrestriktioner kan konsolideres til forbrugeren's intertemporale budgetrestriktion, der udtrykker, at den diskonterede værdi af livstidsforbruget skal svare til humankapitalen  $H$ , defineret som den neddiskonterede værdi af forbrugeren's arbejds- og overførselsindkomster efter skat:

$$C_1 + \frac{C_2}{1 + r_1} + \frac{C_3}{(1 + r_1)(1 + r_2)} = H, \quad (4)$$

$$H \equiv T_1 + \frac{Y_2 - T_2}{1 + r_1} + \frac{T_3}{(1 + r_1)(1 + r_2)}. \quad (5)$$

## 1.2. Preferencer

Idet forbrugers positive tidspreferencerate betegnes  $\rho$ , er hans livstidsnytte  $U$  givet ved den additivt separable nyttefunktion

$$U = u(C_1) + \frac{u(C_2)}{1 + \rho} + \frac{u(C_3)}{(1 + \rho)^2}, \quad u' > 0, \quad u'' < 0, \quad (6)$$

hvor den konkave nyttefunktion  $u(C_t)$  angiver den øjeblikkelige nytte af forbrug i periode  $t$ . I det meste af det følgende arbejdes der med den populære logaritmiske nyttefunktion

$$u(C_t) = \ln C_t. \quad (7)$$

## 1.3. Det optimale forbrug

Forbrugeren maksimerer livstidsnyttens (6) under bibetingelse af den intertemporale budgetrestriktion (4). Førsteordensbetingelserne for løsning af dette problem fører frem til Keynes-Ramsey reglen:

$$u'(C_t) = \left( \frac{1 + r_t}{1 + \rho} \right) u'(C_{t+1}), \quad t = 1, 2. \quad (8)$$

Ved brug af (4), (5) og (7) finder man, at (8) implicerer forbrugsfunktionerne

$$C_1 = cH = c \left[ T_1 + \frac{Y_2 - T_2}{1 + r_1} + \frac{T_3}{(1 + r_1)(1 + r_2)} \right], \quad (9)$$

$$C_2 = \left( \frac{1 + r_1}{1 + \rho} \right) cH = \left( \frac{c}{1 + \rho} \right) \left[ (1 + r_1) T_1 + Y_2 - T_2 + \frac{T_3}{1 + r_2} \right], \quad (10)$$

$$C_3 = \left( \frac{(1 + r_1)(1 + r_2)}{(1 + \rho)^2} \right) cH \implies$$

$$C_3 = \left( \frac{c}{(1 + \rho)^2} \right) [(1 + r_1)(1 + r_2) T_1 + (1 + r_2)(Y_2 - T_2) + T_3], \quad (11)$$

$$c \equiv \frac{(1 + \rho)^2}{2 + \rho + (1 + \rho)^2}.$$

## 1.4. Nettobidraget til det offentlige

Forbrugerens nettobidrag  $N$  til det offentlige defineres som nutidsværdien af skatter minus transfereringer sat i forhold til nutidsværdien af markedsindkomsten:

$$N \equiv \frac{-T_1 + \frac{T_2}{1+r_1} - \frac{T_3}{(1+r_1)(1+r_2)}}{\frac{Y_2}{1+r_1}} = \frac{T_2 - (1+r_1)T_1 - \frac{T_3}{1+r_2}}{Y_2}. \quad (12)$$

Nettobidraget kan således fortolkes om en "livstidsskattesats". Bemærk at hvis offentligt forbrug opfattes som perfekt substitut for privat forbrug, kan det (individerdelte) offentlige forbrug indfortolkes i nettobetalingerne  $T_t$ .

## 2. MARKEDSRENTE OG VELFÆRD

Vi vil nu benytte modellen ovenfor til at analysere, hvordan velfærden og nettobidraget til det offentlige påvirkes af ændringer i det gennemsnitlige renteniveau og af variationer i renteniveauet over livsløbet. Formålet er bl.a. at illustrere, at velfærden og nettobidraget ikke nødvendigvis vil ændres i samme retning.

### 2.1. Virkninger af et ændret gennemsnitligt renteniveau

Vi starter med at undersøge betydningen af det gennemsnitlige renteniveau. For at rendyrke problemstillingen antager vi i dette afsnit, at den disponible realrente ligger på det samme niveau  $r$  over hele forbrugerens livsløb. Vi kan da undersøge, hvordan en ændring i niveauet for  $r$  påvirker forbruget, velfærden og nettobidraget. Ved at indsætte  $r_1 = r_2 = r$  i (9) til (11) og differentiere, finder man forbrugseffekterne af en renteændring (hvor vi realistisk antager, at  $Y_2 - T_2 > 0$ ):

$$\frac{\partial C_1}{\partial r} = - \left( \frac{c}{(1+r)^2} \right) \left[ Y_2 - T_2 + \frac{T_3}{(1+r)^2} \right] < 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial r} = \left( \frac{c}{1+\rho} \right) \left[ T_1 - \frac{T_3}{(1+r)^2} \right] \leq 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial C_3}{\partial r} = \left( \frac{c}{(1+\rho)^2} \right) [2(1+r)T_1 + Y_2 - T_2] > 0. \quad (15)$$

En permanent rentestigning medfører altså, at forbruget utvetydigt sænkes i den unge alder (p.gr.a. et fald i humankapitalen) og forøges i pensionsalderen. Virkningen på forbruget i den mellemliggende fase afhænger af størrelsen af den modtagne transferering i

den unge alder relativt til nutidsværdien af den modtagne transferering i pensionsalderen. Hvis en stor del af overførslerne fra det offentlige modtages sent i livet, slår en rentestigning hårdt igennem på nutidsværdien af transfereringerne, hvilket vil dæmpe de midaldrendes forbrug.

Ved brug af (6) og (8) kan man udlede virkningen af den permanente rentestigning på livstidsnyttens:

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial r} &= u'(C_1) \cdot \frac{\partial C_1}{\partial r} + \frac{u'(C_2)}{1+\rho} \cdot \frac{\partial C_2}{\partial r} + \frac{u'(C_3)}{(1+\rho)^2} \cdot \frac{\partial C_3}{\partial r} \\ &= u'(C_1) \cdot \Delta C, \quad \Delta C \equiv \left[ \frac{\partial C_1}{\partial r} + \frac{\partial C_2 / \partial r}{1+r} + \frac{\partial C_3 / \partial r}{(1+r)^2} \right].\end{aligned}\quad (16)$$

Velfærdsvirkningen har altså samme fortegn som fortegnet for virkningen på det neddiskonterede livstidsforbrug. Indsættelse af (13) til (15) i (16) giver efter omordning:

$$\Delta C = \left( \frac{c}{1+r} \right) \left[ \frac{T_1(3+\rho)}{(1+\rho)^2} - \left( 1 - \frac{1}{(1+\rho)^2} \right) \left( \frac{Y_2 - T_2}{1+r} \right) - \left( \frac{1}{1+\rho} + \frac{1}{1+r} \right) \left( \frac{T_3}{(1+r)^2} \right) \right]. \quad (17)$$

Denne forbrugsvirkning - og dermed velfærdsvirkningen - kan ikke umiddelbart fortegnbestemmes, da den afhænger af tidspreferenceraten såvel som af fordelingen af (nutidsværdien af) nettoindkomsterne over livsforløbet. Vi kan dog se af (17), at hvis de modtagne nettooverførsler i den unge alder er relativt små, vil en rentestigning sænke nutidsværdien af livstidsforbruget og dermed reducere velfærden. Dette er intuitivt: Hvis indkomsten i ungdommen er relativt lav, vil der i denne fase blive opbygget en stor gæld, således at forbrugeren vil være nettodebitor i en forholdsvis stor del af livsforløbet. Dermed mister han i et livsløbsperspektiv forbrugsmuligheder i tilfælde af en højere rente.

Effekten af en permanent rentestigning på nettobidraget til det offentlige findes ved at indsætte  $r_1 = r_2 = r$  i (12) og differentiere:

$$\frac{\partial N}{\partial r} = \left( \frac{1}{Y_2} \right) \left[ \frac{T_3}{(1+r)^2} - T_1 \right] \leq 0. \quad (18)$$

Når  $T_1$  er relativt lav, vil dette udtryk være positivt. Samtidigt så vi, at nutidsværdien af livstidsforbruget vil falde, når  $T_1$  er lav. I denne situation vil et fald i velfærden altså gå hånd i hånd med en stigning i nettobidraget.

Der kan dog sagtens tænkes situationer, hvor både velfærden og nettobidraget falder

(eller stiger). Dette kan f.eks. indses ved at betragte specialtilfældet hvor  $\frac{T_3}{(1+r)^2} = T_1$ , og hvor  $r = \rho$  initialt. Udtrykket i (17) kan da reduceres til

$$\Delta C = \left( \frac{c}{(1+r)^3} \right) \left[ T_1 (1-r) - r \left( \frac{2+r}{1+r} \right) \left( \frac{Y_2 - T_2}{1+r} \right) \right]. \quad (19)$$

Dette udtryk vil være negativt, hvis indkomsten i den erhvervsaktive periode er tilstrækkeligt stor i forhold til de modtagne overførsler i den unge alder.<sup>1</sup> I så fald vil velfærden falde, men nettobidraget vil ifølge (18) være uændret, når  $\frac{T_3}{(1+r)^2} = T_1$ . Det følger da af et kontinuitetsargument, at man kan hæve  $T_1$  en smule, således at nettobidraget falder, samtidigt med at også velfærden fortsat falder.

Den manglende kongruens mellem ændringer i nettobidraget og velfærdsændringer ses måske lettest, hvis man udnytter definitionen af nettobidraget i (12) til at omskrive forbrugsfunktionerne (9) til (11) på følgende måde:

$$C_1 = c \left( \frac{Y_2}{1+r_1} \right) (1-N), \quad (9a)$$

$$C_2 = c \left( \frac{Y_2}{1+\rho} \right) (1-N), \quad (10a)$$

$$C_3 = c \left( \frac{1+r_2}{(1+\rho)^2} \right) Y_2 (1-N). \quad (11a)$$

Heraf ses, at renteændringer ikke bare påvirker forbruget (og dermed velfærden) via indvirkningen på nettobidraget, men også via en indvirkning på tilbøjeligheden til at forbruge markedsindkomst i perioderne 1 og 3.

Konklusionen er, at ændringen i nettobidraget er en upålidelig indikator for velfærdseffekten af en permanent ændring i renteniveauet.

## 2.2. Effekter af variationer i renteniveauet over livsløbet

Lad os dernæst se på konsekvenserne af, at den disponible realrente kan ændre sig over den enkelte generations livsløb. For at rendyrke problemstillingen vil vi betragte en situation, hvor renten varierer på en sådan måde, at diskonteringsfaktoren  $1/(1+r_1)(1+r_2)$  er konstant. I denne forstand holder vi altså det gennemsnitlige renteniveau konstant. Dermed kan vi undersøge betydningen af, om renten er relativt lav i de unge år, eller om

---

<sup>1</sup>Bemærk at  $r$  er et forholdsvis stort tal, da hver periode dækker mange år af et livsløb.



den i stedet er relativt lav, når man er midaldrende. Vi vil således betragte to alternative scenarier:

$$\text{Scenario } A : \quad r_1 = 0, \quad r_2 = \bar{r}.$$

$$\text{Scenario } B : \quad r_1 = \bar{r}, \quad r_2 = 0.$$

Ved indsættelse af renteantagelserne for Scenario  $A$  i forbrugsfunktionerne (9) til (11) fås følgende forbrugsniveauer:

$$C_1^A = c \left[ T_1 + Y_2 - T_2 + \frac{T_3}{1 + \bar{r}} \right], \quad (20)$$

$$C_2^A = \left( \frac{c}{1 + \rho} \right) \left[ T_1 + Y_2 - T_2 + \frac{T_3}{1 + \bar{r}} \right], \quad (21)$$

$$C_3^A = \left( \frac{c}{(1 + \rho)^2} \right) [(1 + \bar{r})(T_1 + Y_2 - T_2) + T_3]. \quad (22)$$

Til sammenligning følger det af renteantagelserne i Scenario  $B$ , at forbruget i de tre faser af livsløbet bliver

$$C_1^B = c \left[ T_1 + \frac{Y_2 - T_2}{1 + \bar{r}} + \frac{T_3}{1 + \bar{r}} \right], \quad (23)$$

$$C_2^B = \left( \frac{c}{1 + \rho} \right) [(1 + \bar{r})T_1 + Y_2 - T_2 + T_3], \quad (24)$$

$$C_3^B = \left( \frac{c}{(1 + \rho)^2} \right) [(1 + \bar{r})T_1 + Y_2 - T_2 + T_3]. \quad (25)$$

Ud fra ligningerne (20) til (25) finder man at

$$C_1^A - C_1^B = \bar{r}c \left( \frac{Y_2 - T_2}{1 + \bar{r}} \right) > 0, \quad (26)$$

$$C_2^A - C_2^B = -\bar{r} \left( \frac{c}{1 + \rho} \right) \left( T_1 + \frac{T_3}{1 + \bar{r}} \right) < 0, \quad (27)$$

$$C_3^A - C_3^B = \bar{r} \left( \frac{c}{(1 + \rho)^2} \right) (Y_2 - T_2) > 0. \quad (28)$$

Det ses, at forbrugeren i Scenario  $B$  forbruger mere i den midterste fase af livsløbet end i Scenario  $A$ , men at der til gengæld forbruges mindre i den unge og i den gamle alder i Scenario  $B$  end i Scenario  $A$ . Dette er intuitivt, eftersom der i Scenario  $A$  er et større incitament til opsparing i den erhvervsaktive alder end i Scenario  $B$ . Det følger endvidere af (26) og (27), at betingelsen

$$\frac{Y_2 - T_2}{1 + \bar{r}} \geq T_1 + \frac{T_3}{1 + \bar{r}} \quad (29)$$

er *tilstrækkelig* (men ikke nødvendig) til at sikre, at  $C_1^A - C_1^B \geq C_2^B - C_2^A$ . Betingelsen (29) udtrykker, at nutidsværdien af den disponible arbejdsindkomst i Scenario  $B$  skal være mindst lige så stor som nutidsværdien af de modtagne overførselsindkomster. Hvis denne plausible betingelse er opfyldt, vil det altså med sikkerhed gælde, at merforbruget  $C_1^A - C_1^B$  i periode 1 i Scenario  $A$  er større end merforbruget  $C_2^B - C_2^A$  i periode 2 i Scenario  $B$ . Da forbruget i periode 2 neddiskonteres med tidspreferenceraten  $\rho$ , og da vi endvidere ved fra (28), at  $C_3^A - C_3^B > 0$ , kan vi således med sikkerhed slutte, at forbrugers livstidsnytte vil være højere i Scenario  $A$  end i Scenario  $B$ , hvis den tilstrækkelige betingelse (29) er opfyldt.

En generation, der har stået overfor en relativt lav realrente i de unge år, vil altså alt andet lige opnå højere velfærd end en generation, der har oplevet en relativt høj realrente i ungdommen, givet at den milde betingelse (29) er overholdt. Hvis (29) er opfyldt, vil forbrugeren nemlig være tilbøjelig til at spare ned i perioderne 1 og 3 og til gengæld spare op i den erhvervsaktive periode 2 for at udjævne forbruget over livsforløbet. Det vil da være en fordel for ham, hvis renten er relativt lav i periode 1 (hvor der stiftes gæld) og relativt høj i periode 2 (hvor der opbygges formue).

Ved anvendelse af (12) kan vi udlede forbrugers nettobidrag til det offentlige i de to scenarier:

$$\text{Scenario A:} \quad N = \frac{T_2 - T_1 - \frac{T_3}{1 + \bar{r}}}{Y_2}, \quad (30)$$

$$\text{Scenario B:} \quad N = \frac{T_2 - (1 + \bar{r}) T_1 - T_3}{Y_2}. \quad (31)$$

Det ses, at nettobidraget vil være lavere i Scenario  $B$ , hvor værdien af de modtagne overførsler i den unge alder er større p.gr.a. den høje rente i denne fase af livsløbet. Igen

finder vi altså, at effekten af rentevariationer på nettobidraget er en upålidelig indikator for virkningen af en ændret renteprofil på forbrugervelfærden, eftersom forbrugeren under den rimelige antagelse (29) har højere velfærd i Scenario  $A$  på trods af, at dette scenario også indebærer det største nettobidrag.

### 2.3. Foretrækker forbrugerne en stabil fremfor en svingende rente?

Analysen ovenfor viser, at *hvis* realrenten efter skat svinger over livsforløbet, så vil forbrugerne under plausible antagelser foretrække, at renten er relativt lav i de unge år. Et andet spørgsmål er, hvilken forskel det gør for velfærden, om renten er stabil eller svingende over tid? For at undersøge dette vil vi nu sammenligne de to scenarier  $A$  og  $B$  ovenfor med følgende scenario, hvor renten er konstant over tid:

$$\text{Scenario } C: \quad r_1 = r_2 = r, \quad (1+r)(1+r) = 1 + \bar{r}.$$

Det antages altså i Scenario  $C$ , at renten er stabiliseret på et sådant niveau, at en krone, der opspares ved starten af periode 1, akkumulerer til samme beløb i alderdommen som i de to andre scenarier. Renten kan dermed siges at ligge på samme gennemsnitlige niveau over livsløbet i alle tre scenarier.

Ved at indsætte renteantagelserne for Scenario  $C$  i forbrugsfunktionerne (9) til (11) og trække de resulterende udtryk fra de analoge udtryk i Scenario  $A$  (givet ved ligningerne (20) til (22)), kan man udlede forskellene i det optimale forbrug i de tre perioder:

$$C_1^A - C_2^C = rc \left( \frac{Y_2 - T_2}{1+r} \right) > 0, \quad (31)$$

$$C_2^A - C_2^C = -r \left( \frac{c}{1+\rho} \right) \left( T_1 + \frac{T_3}{1+\bar{r}} \right) < 0, \quad (32)$$

$$C_3^A - C_3^C = (\bar{r} - r) (Y_2 - T_2) > 0. \quad (33)$$

Vi ser af (31) og (32), at betingelsen

$$\frac{Y_2 - T_2}{1+r} \geq T_1 + \frac{T_3}{1+\bar{r}} \quad (34)$$

er tilstrækkelig (men ikke nødvendig) til at sikre at  $C_1^A - C_1^C \geq C_2^C - C_2^A$ , hvilket i kombination med (33) vil sikre, at velfærden er højere i Scenario  $A$  end i Scenario  $C$ .

Eftersom det følger af antagelsen  $(1+r)(1+r) = 1 + \bar{r}$  at  $r < \bar{r}$ , er betingelsen (34) mildere end den tidligere diskuterede betingelse (29), så (34) må formodes at være opfyldt. Med andre ord vil forbrugeren foretrække en relativt lav rente i de unge år (hvor han typisk vil være låntager) kombineret med en relativt høj rente i de erhvervsaktive år (hvor han sparer op) frem for en situation, hvor renten er stabil men i øvrigt ligger på samme langsigtede gennemsnitsniveau.

Dette ræsonnement antyder, at forbrugeren til gengæld vil foretrække Scenario  $C$  med det stabile renteniveau frem for Scenario  $B$ , hvor renten er relativt høj i de unge år, hvor der typisk stiftes gæld. For at undersøge dette trækker vi forbrugsniveauerne i Scenario  $B$  (givet ved (23) til (25)) fra de analoge forbrugsniveauer i Scenario  $C$  og finder

$$C_1^C - C_2^B = rc \left( \frac{Y_2 - T_2}{1 + \bar{r}} \right) > 0, \quad (35)$$

$$C_2^C - C_2^B = -rc \left( \frac{1+r}{1+\rho} \right) \left( T_1 + \frac{T_3}{1+\bar{r}} \right) < 0, \quad (36)$$

$$C_3^C - C_3^B = r \left( \frac{c}{(1+\rho)^2} \right) (Y_2 - T_2) > 0. \quad (37)$$

Det følger af (35) til (37), at betingelsen  $r \leq \rho$  kombineret med (29) vil være tilstrækkelig til at sikre  $C_1^C - C_2^B \geq C_2^B - C_2^C$ , således at velfærden som ventet er større i Scenario  $C$  end i Scenario  $B$ . Da  $C_3^C - C_3^B > 0$  vil dette resultat også holde selvom  $r > \rho$ , sålænge renten ikke ligger alt for langt over tidspreferenceraten.

## 2.4. Kreditrationering

Analysen ovenfor forudsætter et perfekt kapitalmarked uden lånebegrænsninger. Som følge af bl.a. asymmetrisk information har især yngre forbrugere imidlertid ofte vanskeligt ved at optage lån på basis af deres forventede fremtidige arbejdsindkomster. Det kan derfor være af interesse at undersøge en situation, hvor forbrugeren i vor simple modeløkonomi er afskåret fra at låne i første periode og dermed i første fase af livsløbet står overfor budgetrestriktionen

$$C_1 \leq T_1.$$

Hvis denne restriktion er bindende, bliver budgetrestriktionerne for de næste to perioder lig med

$$V_3 = (1 + r_2)(Y_2 - T_2 - C_2) \quad \text{og} \quad C_3 = V_3 + T_3$$

hvilket implicerer

$$C_2 + \frac{C_3}{1 + r_2} = Y_2 - T_2 + \frac{T_3}{1 + r_2}.$$

Maksimering af livstidsnyttens under disse (bindende) restriktioner kan vises at indebære

$$C_1 = T_1, \quad C_2 = \left( \frac{1 + \rho}{2 + \rho} \right) H_2, \quad C_3 = \left( \frac{1 + r_2}{2 + \rho} \right) H_2.$$

Man ser, at generationens velfærd nu alene påvirkes af den disponible realrente  $r_2$  i den midterste fase af livsløbet. Velfærdsvirkningen af en ændring i denne rentesats kan ved brug af relationerne ovenfor samt forbrugerens førsteordensbetingelser vises at være

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial r_2} &= \frac{u'(C_2)}{1 + \rho} \cdot \frac{\partial C_2}{\partial r_2} + \frac{u'(C_3)}{(1 + \rho)^2} \cdot \frac{\partial C_3}{\partial r_2} \\ &= \frac{u'(C_2)}{2 + \rho} \left[ \frac{Y_2 - T_2}{1 + \rho} - \frac{T_3}{(1 + r_2)^2} \right]. \end{aligned}$$

Hvis den disponible arbejdsindkomst i den erhvervsaktive fase ( $Y_2 - T_2$ ) er stor i forhold til overførselsindkomsten i pensionistfasen ( $T_3$ ) - hvilket typisk vil være tilfældet - vil en højere rente i den erhvervsaktive fase (hvor der normalt spares op) altså være velfærdsforøgende. I tilfælde af væsentlige lånebegrænsninger i kapitalmarkedet må et højt renteniveau og dermed et højt opsparingsafkast således antages at være velfærdsforøgende.<sup>2</sup>

## 2.5. Rentevariationer og generationsfordeling: En opsummering

I det foregående har vi undersøgt sammenhængen mellem realrenten efter skat og den intergenerationelle fordeling af velfærd. Resultaterne lægger op til følgende konklusioner:

Forskellige generationer kan opleve forskelle i det *gennemsnitlige renteniveau* over det samlede livsløb, men sådanne renteforskelle har ikke en éntydig virkning på fordelingen

---

<sup>2</sup>Dette er naturligvis en alt-andet-lige betragtning, der ser bort fra, at et højere renteniveau via en lavere kapitalintensitet i produktionen kan reducere arbejdsindkomsten  $Y_2$ .

af velfærd mellem generationer. På den ene side vil et højere gennemsnitligt renteniveau betyde, at nutidsværdien af en generations fremtidige disponible indkomster reduceres, hvilket isoleret set begrænser de samlede forbrugsmuligheder over livsforløbet, hvorved også velfærden isoleret set reduceres. På den anden side betyder en højere disponibel realrente, at generationen opnår et højere opsparingsafkast i den fase af livsforløbet, hvor der spares op. Hvis generationen modtager betydelige indkomster allerede i de unge år og dermed er i stand til at opbygge en positiv nettoformue allerede på et tidligt tidspunkt i livsforløbet, vil en højere rente netto kunne være en fordel, selvom den reducerer nutidsværdien af fremtidige indtægter. Normalt er indkomsterne for de fleste individer dog små i de unge år. Hvis der ikke er lånebegrænsninger, vil der derfor typisk blive stiftet gæld i den tidlige fase af livsløbet, bl.a. til uddannelses- og etableringsformål. For individer, der har positiv nettogæld indtil relativt langt ind i livsforløbet, vil et højt gennemsnitligt renteniveau derfor netto være velfærdsreducerende. Hvis hver generation imidlertid typisk står overfor lånebegrænsninger og dermed kun stifter beskeden gæld i den tidlige fase af livsløbet, vil et højere gennemsnitligt renteniveau derimod tendere at være velfærdsforøgende, fordi det øger opsparingsafkastet i den fase af livsløbet, hvor der spares op.

I analysen ovenfor undersøgte vi også virkningerne af *variationer i realrenten indenfor den enkelte generations livsforløb*. Med realistiske antagelser om fordelingen af indtægter over individernes livsløb så vi, at en generation, der har stået overfor en lav realrente efter skat i de unge år og en høj realrente i den midterste erhvervsaktive fase af livsløbet, vil opnå højere velfærd end en generation, der har stået overfor samme gennemsnitlige rente, men hvor renten har været høj i de unge år og lav i de (mest) erhvervsaktive år, hvor størstedelen af livsindkomsten skal indtjenes. Dette resultat skyldes, at det er fordelagtigt med en lav rente i de unge år, hvor der typisk stiftes gæld, hvorimod det er gunstigt at have en høj rente som midaldrende, hvor man har opbygget en positiv nettoformue.

Sammenfattende gælder altså sandsynligvis, at generationer, der har stået overfor historisk lave realrenter efter skat i de yngre år, alt andet lige vil have opnået højere velfærd end andre generationer. Hvis der p.gr.a. kapitalmarkedsimperfektioner kun er begrænsede lånemuligheder i de unge år, er det dog også sandsynligt, at generationer, der har oplevet et historisk højt gennemsnitligt renteniveau over livsforløbet, alt andet

lige har været relativt gunstigt stillet.

### 3. FORBRUGSMULIGHED OG VELFÆRD I EN MODEL MED ENDO- GENT ARBEJDSUDBUD OG ARV

Vi vender os nu til spørgsmålet om sammenhængen mellem forbrugervelfærden og det anvendte indkomstbegreb i vismandsrapportens kapitel 3. For at undersøge dette opstilles i afsnit 3.1 en udvidet forbrugsmodel med endogent arbejdsudbud og arv. I afsnit 3.2 diskuteres på grundlag af denne model, hvordan rapportens indkomstbegreb afviger fra det teoretisk ideelle indkomstbegreb. Endelig diskuteres kort i afsnit 3.3, hvorvidt man bør anvende en konstant realrente eller de faktiske historiske realrenter i neddiskonteringen af de forskellige generationers indkomster.

#### 3.1. En forbrugsmodel med endogent fritidsforbrug og arv

Vi udvider nu modellen fra Del 2 ved at antage, at forbrugeren kan variere sit arbejdsudbud  $L$  og dermed sit fritidsforbrug  $1 - L$  i den erhvervsaktive periode 2 (hvor den samlede tid til rådighed normeres til 1). Endvidere antages, at forbrugeren i periode 2 modtager et arvebeløb  $A^m$  og i periode 3 efterlader arvebeløbet  $A^e$ . Arvemotivet forudsættes at være altruistisk, således at arveladeren opnår nytten  $a(A^e)$  af at efterlade arv i periode 3. Fritidsforbruget antages at give nytten  $f(1 - L)$  i periode 2. Både nytten af arveladning og nytten af fritid neddiskonteres med tidspreferenceraten ved opgørelsen af livstidsnyttens, der specificeres som

$$U = u(C_1) + \frac{u(C_2) + f(1 - L)}{1 + \rho} + \frac{u(C_3) + a(A^e)}{(1 + \rho)^2}, \quad (38)$$

$$u' > 0, \quad u'' < 0, \quad f' > 0, \quad f'' < 0, \quad a' > 0, \quad a'' < 0.$$

Vi anvender fortsat primodatering af alle variable og antager, at alle betalinger finder sted primo perioden. Budgetrestriktionerne for de enkelte perioder bliver dermed

$$V_2 = (1 + r_1)(T_1 - C_1), \quad (39)$$

$$V_3 = (1 + r_2)(V_2 + A^m + wL - T_2 - C_2), \quad (40)$$

$$C_3 + A^e = V_3 + T_3, \quad (41)$$

hvor  $w$  er reallønnen før skat i periode 2, og  $A^m$  som nævnt er den modtagne arv ved indgangen til denne periode. Konsolidering af (39) til (41) giver den intertemporale budgetrestriktion

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r_1} + \frac{C_3}{(1+r_1)(1+r_2)} + \frac{w(1-L)}{1+r_1} + \frac{A^e}{(1+r_1)(1+r_2)} = R, \quad (42)$$

$$R \equiv Y^{hp} + A^{mn} - N^a, \quad Y^{hp} \equiv \frac{w}{1+r_1}, \quad A^{mn} \equiv \frac{A^m}{1+r_1}, \quad (43a)$$

$$N^a \equiv \frac{T_2}{1+r_1} - T_1 - \frac{T_3}{(1+r_1)(1+r_2)}, \quad (43b)$$

hvor  $R$  er den samlede forbrugsmulighed, der består af nutidsværdien af den *potentielle* arbejdsindkomst før skat ( $Y^{hp}$ ) og nutidsværdien af den modtagne arv ( $A^{mn}$ ) fratrukket nutidsværdien af det *absolutte* nettobidrag til det offentlige ( $N^a$ ). Venstresiden af (42) er nutidsværdien af det samlede forbrug af nytteskabende goder over livsløbet, inclusive værdien af fritidsforbruget og af den efterladte arv.

I det følgende antages, at de periodevise nyttefunktioner har de logaritmiske former

$$u(C_t) = \ln C_t, \quad f(1-L) = \beta \ln(1-L), \quad a(A^e) = \alpha \ln A^e, \quad (44)$$

der har de i (38) forudsatte konkavitetsegenskaber. De positive parametre  $\beta$  og  $\alpha$  angiver styrken i præferencerne for henholdsvis fritid og arveladning.

Den optimerende forbruger maksimerer livstidsnyttens (38) under bibetingelse af budgetrestriktionen (42). Med de i (44) gjorte antagelser om præferencerne finder man, at løsningen på dette optimeringsproblem indebærer følgende adfældsrelationer:

$$C_1 = \bar{c}R, \quad (45)$$

$$C_2 = \bar{c} \left( \frac{1+r_1}{1+\rho} \right) R, \quad (46)$$

$$C_3 = \bar{c} \left( \frac{(1+r_1)(1+r_2)}{(1+\rho)^2} \right) R, \quad (47)$$



$$\frac{w(1-L)}{1+r_1} = \beta \bar{c} \left( \frac{1+r_1}{1+\rho} \right) R, \quad (48)$$

$$A^e = \alpha \bar{c} \left( \frac{(1+r_1)(1+r_2)}{(1+\rho)^2} \right) R, \quad (49)$$

$$\bar{c} \equiv \frac{(1+\rho)^2}{1+\alpha + (1+\beta)(1+\rho) + (1+\rho)^2}.$$

Forbruget af de forskellige goder vil altså variere proportionalt med den samlede forbrugsmulighed  $R$ , og proportionalitetsfaktorerne vil afhænge af rentesatserne i de forskellige faser af livsløbet (undtaget for  $C_1$ ). Det følger af relationerne (38) samt (45) til (49), at forbrugerens maksimalt opnåelige livstidsnytte kan beskrives ved en indirekte nyttefunktion  $U^i$  af formen

$$U^i = U^i \left( r_1^+, r_2^+, R \right), \quad (50)$$

hvor fortegnene over de variable angiver fortegnet for de respektive partielle afledede.

### 3.2. Indkomstbegreb og velfærd

Af (50) ses, at velfærden varierer positivt med forbrugsmuligheden  $R$ , som også opfanger muligheden for forbrug af fritid. Ved en opgørelse af de forskellige generationers livstidsindkomster bør man således ideelt set anvende et indkomstbegreb, der ligger så tæt som muligt på størrelsen  $R = Y^{hp} + A^{mn} - N^a$ . Problemet er imidlertid, at den potentielle arbejdsindkomst  $Y^{hp}$  ikke kan observeres, og at der heller ikke foreligger generationsfordelte data for den samlede modtagne arv  $A^{mn}$ . Endvidere er det ikke muligt umiddelbart at udskille kapitalskatterne fra det samlede nettobidrag til det offentlige, ligesom det ikke er muligt at opsplitte den samlede indkomst i kapitalindkomst og arbejdsindkomst tilbage i tid. I Dansk Økonomi, Forår 2004 opgøres en generations forbrugsmuligheder  $F$  derfor i stedet som

$$F = M - N^{as}, \quad (51)$$

$$M \equiv Y^h + Y^k, \quad Y^h \equiv \frac{wL}{1+r_1},$$

Størrelsen  $M$  er nutidsværdien af generationens *samlede* markedssindkomster, der består af nutidsværdien af de *faktiske* arbejdsindkomster ( $Y^h$ ) plus nutidsværdien af de samlede kapitalindkomster ( $Y^k$ ). Variablen  $N^{as}$  er nutidsværdien af generationens *samlede* absolutte nettobidrag til det offentlige, inklusive skatter på kapitalafkast.

Vi vil nu vise, at størrelsen  $F$  i (51) under visse antagelser vil være en retvisende indikator for det velfærdsteoretisk korrekte forbrugsmulighedsmål  $R$ . Vi starter med at notere, at markedsværdien  $A^{mn}$  af den modtagne arv i princippet svarer til nutidsværdien af de fremtidige kapitalindkomster efter skat, som de nedarvede aktiver kaster af sig. Hvis de arvede aktiver er repræsentativt sammensat og dermed giver et afkast svarende til det gennemsnitligt opnåede kapitalafkast for den modtagende generation, kan værdien af den modtagne arv derfor skrives som

$$A^{mn} = \theta (Y^k - T^k), \quad 0 < \theta < 1, \quad (52)$$

hvor  $T^k$  er nutidsværdien af generationens betalte kapitalafkastskatter (således at  $Y^k - T^k$  er markedsværdien af generationens samlede formue opgjort ved starten af livsforløbet), og  $\theta$  er den andel af generationens samlede formue, der hidrører fra arv. Ifølge definitionerne af  $N^a$  og  $N^{as}$  gælder endvidere, at

$$N^a \equiv N^{as} - T^k. \quad (53)$$

Endelig gælder ifølge definitionerne af den faktiske og den potentielle arbejdsindkomst, at

$$Y^{hp} \equiv \frac{w}{1+r_1} = \frac{wL}{1+r_1} + \frac{w(1-L)}{1+r_1} \equiv Y^h + \frac{w(1-L)}{1+r_1}. \quad (54)$$

Af (43a), (48), (53) og (54) følger

$$\begin{aligned} \frac{w(1-L)}{1+r_1} &= \beta\bar{c} (Y^{hp} + A^{mn} - N^a) = \beta\bar{c} \left[ Y^h + \frac{w(1-L)}{1+r_1} + \theta (Y^k - T^k) - N^{as} + T^k \right] \\ \Leftrightarrow \quad \frac{w(1-L)}{1+r_1} &= \left( \frac{\beta\bar{c}}{1-\beta\bar{c}} \right) [Y^h + \theta (Y^k - T^k) - N^{as} + T^k]. \end{aligned} \quad (55)$$

I benchmark-tilfældet, hvor renten er lig med tidspreferenceraten ( $r_1 = \rho$ ), ser vi af (48), at størrelsen  $\beta\bar{c}$  i (55) angiver værdien af fritidsforbruget i forhold til det samlede

potentielle forbrug. Denne andel vil klart være mindre end 1, således at koefficienten  $\beta\bar{c}/(1 - \beta\bar{c})$  i (55) med sikkerhed vil være positiv. Vi får nu ved brug af (51) til (55) samt definitionen  $M \equiv Y^h + Y^k$ , at

$$R \equiv Y^{hp} + A^{mn} - N^a = \left( \frac{1}{1 - \beta\bar{c}} \right) [M - N^{as} - (1 - \theta)(Y^k - T^k)]. \quad (56)$$

Lad  $\mu$  betegne de disponible kapitalindkomsters andel af de samlede nettoindkomster (alt opgjort i nutidsværdi), dvs.

$$\mu \equiv \frac{Y^k - T^k}{M - N^{as}}, \quad 0 < \mu < 1. \quad (57)$$

Eftersom  $M - N^{as} \equiv F$ , kan vi da skrive (56) som

$$R = \left( \frac{1 - \mu(1 - \theta)}{1 - \beta\bar{c}} \right) F. \quad (58)$$

Det anvendte indkomstbegreb i vismandsrapporten ( $F$ ) er altså proportionalt med det velfærdsteoretisk korrekte indkomstbegreb ( $R$ ). Vi ser endvidere, at proportionalitetsforholdet mellem de to indkomstbegreber vil være konstant over tid, hvis parametrene  $\mu$ ,  $\theta$  og  $\beta\bar{c}$  er konstante. En sammenligning af indkomsten  $F$  på tværs af forskellige generationer vil således give et retvisende billede af de relative forbrugsmuligheder for disse generationer (inclusive mulighederne for fritidsforbrug), forudsat at der er nogenlunde stabilitet i de disponible kapitalindkomsters andel af de samlede disponible indkomster, i den andel af formuen, der hidrører fra arv, og i den andel af de samlede forbrugsmuligheder, der omsættes i fritid. Såfremt disse størrelser ændrer sig væsentligt over tid, vil en fokusering på indkomstbegrebet  $F$  derimod give en bias i vurderingen af generationernes relative forbrugsmuligheder.

### 3.3. Bør der diskonteres med historiske rentesatser eller med en konstant rentesats?

Afslutningsvis kan der være grund til at overveje, om man i historiske generationsregnskaber bør anvende de faktiske historiske rentesatser ved opgørelse af indkomsternes nutidsværdi, eller om der bør diskonteres med en konstant rentesats, f.eks. svarende til den observerede gennemsnitsrente over den betragtede historiske periode.

Det forekommer umiddelbart mest oplagt, at man bør anvende de historiske rentesatser, eftersom det er disse, der bestemmer ex post forbrugsmuligheden  $R$ , som indgår i den indirekte nyttefunktion (50) og dermed påvirker velfærden. Nyttefunktionen (50) viser imidlertid også, at udsving i markedsrenten efter skat vil have en direkte virkning på velfærden (ved at påvirke de relative priser på forbrug i fremtidige perioder og dermed udløse substitutionseffekter i forbruget) foruden den indirekte indkomsteffekt på velfærden, der udløses via renteændringers indvirkning på nutidsværdien af den potentielle livsindkomst  $R$ . En permanent rentestigning vil reducere  $R$  ved at sænke nutidsværdien af de fremtidige indkomster, hvilket isoleret set er velfærdsforringende, men samtidigt vil der ifølge (50) være en positiv direkte effekt på velfærden i kraft af det højere afkast af opsparing. Man vil derfor overvurdere den negative velfærdseffekt af en permanent rentestigning, hvis man alene fokuserer på rentestigningens effekt på  $R$ .

Den del af den intergenerationelle variation i  $R$  (og dermed i  $F$ ), som skyldes historiske renteudsving, vil altså tendere at overvurdere renteudsvingenes virkning på den intergenerationelle velfærdsfordeling. Dette kan tale for, at man foretager beregninger baseret på en konstant diskonteringsrentefod svarende til den observerede gennemsnitsrente. Dermed får man helt elimineret virkningen af renteudsving, og de tilbageværende intergenerationelle variationer i nettoindkomsterne vil da alene afspejle forskelle i størrelsen af markedsindkomsten og dennes fordeling over livsløbet, samt ændringer i nettobidraget hidrørende fra ændringer i skatte- og velfærdspolitikken.